CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

| WYPEŁNIA ZDAJĄCY | |
|---|---|
| KOD | PESEL |
| | |

*Miejsce na naklejkę.*
*Sprawdź, czy kod na naklejce to* **E-100**.
*Jeżeli tak – przyklej naklejkę.*
*Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.*

# EGZAMIN MATURALNY
# MATEMATYKA – POZIOM PODSTAWOWY

## TEST DIAGNOSTYCZNY

TERMIN: **marzec 2021 r.**

CZAS PRACY: **170 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **45**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- [ ] nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- [ ] dostosowania zasad oceniania
- [ ] dostosowania w zw. z dyskalkulią.

EMAP-P0-**100**-2103

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 23 strony (zadania 1–35). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–28) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (29–35) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

*W każdym z zadań od 1. do 28. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.*

**Zadanie 1. (0–1)**

Liczba $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{3}$ jest równa

**A.** $8-6\sqrt{3}$ **B.** $8-2\sqrt{3}$ **C.** $4-2\sqrt{3}$ **D.** $8-4\sqrt{3}$

**Zadanie 2. (0–1)**

Liczba $2\log_5 4 - 3\log_5 \frac{1}{2}$ jest równa

**A.** $-\log_5 \frac{7}{2}$ **B.** $7\log_5 2$ **C.** $-\log_5 2$ **D.** $\log_5 2$

**Zadanie 3. (0–1)**

Medyczna maseczka ochronna wielokrotnego użytku z wymiennymi filtrami wskutek podwyżki zdrożała o $40\%$ i kosztuje obecnie $106{,}40$ zł. Cena maseczki przed podwyżką była równa

**A.** $63{,}84$ zł **B.** $65{,}40$ zł **C.** $76{,}00$ zł **D.** $66{,}40$ zł

**Zadanie 4. (0–1)**

Dla każdej dodatniej liczby $b$ wyrażenie $\left(\sqrt[2]{b}\cdot\sqrt[4]{b}\right)^{\frac{1}{3}}$ jest równe

**A.** $b^2$ **B.** $b^{0,25}$ **C.** $b^{\frac{8}{3}}$ **D.** $b^{\frac{4}{3}}$

**Zadanie 5. (0–1)**

Para liczb $x=1$, $y=-3$ spełnia układ równań $\begin{cases} x-y=a^2 \\ (1+a)x-3y=-4a \end{cases}$

Wtedy $a$ jest równe

**A.** $2$ **B.** $-2$ **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $-\sqrt{2}$

**Zadanie 6. (0–1)**

Iloczyn wszystkich rozwiązań równania $2(x-4)(x^2-1)=0$ jest równy

**A.** $-8$ **B.** $-4$ **C.** $4$ **D.** $8$

**Zadanie 7. (0–1)**

Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{12-5x}{2} < 3\left(1-\frac{1}{2}x\right)+7x$ jest

**A.** $\left(-\infty,\frac{2}{7}\right)$ **B.** $\left(\frac{2}{7},+\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty,\frac{3}{8}\right)$ **D.** $\left(\frac{3}{8},+\infty\right)$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

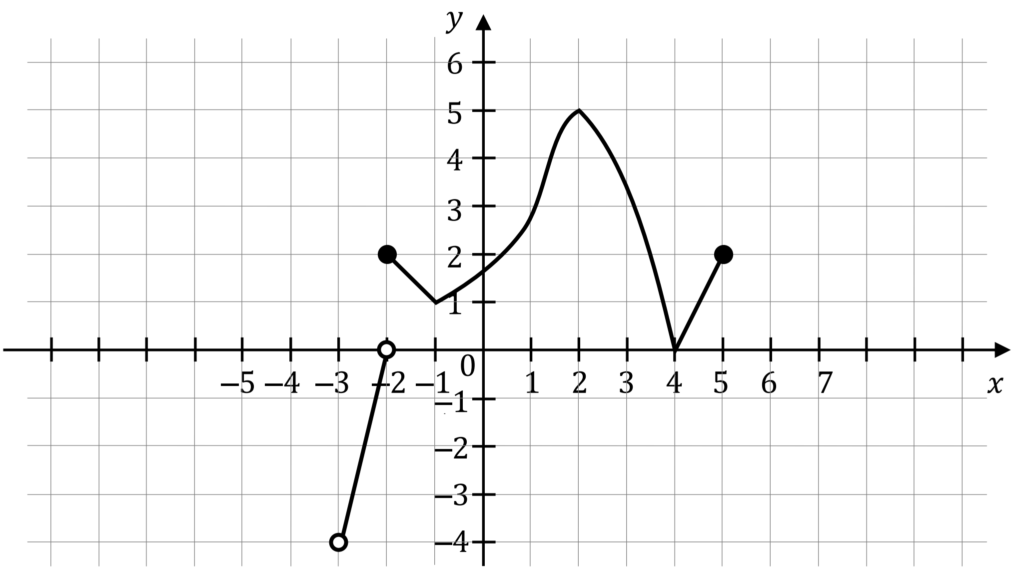
## Zadanie 8. (0–1)

Funkcja liniowa $f(x) = (a-1)x + 3$ osiąga wartość najmniejszą równą $3$. Wtedy

**A.** $a = -1$ **B.** $a = 0$ **C.** $a = 1$ **D.** $a = 3$

## Zadanie 9. (0–1)

Na wykresie przedstawiono wykres funkcji $f$.




Wskaż zdanie prawdziwe.

**A.** Dziedziną funkcji $f$ jest przedział $(-4, 5)$.
**B.** Funkcja $f$ ma dwa miejsca zerowe.
**C.** Funkcja $f$ dla argumentu $1$ przyjmuje wartość $(-1)$.
**D.** Zbiorem wartości funkcji $f$ jest przedział $(-4,\ 5\rangle$.

## Zadanie 10. (0–1)

Funkcja $f$ jest określona wzorem $f(x) = \frac{8x-7}{2x^2+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x$. Wartość funkcji $f$ dla argumentu $1$ jest równa

**A.** $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $1$ **D.** $2$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

## Zadanie 11. (0–1)

Ciąg $(x, y, z)$ jest geometryczny. Iloczyn wszystkich wyrazów tego ciągu jest równy $64$. Stąd wynika, że $y$ jest równe

**A.** $3 \cdot 64$ **B.** $\frac{64}{3}$ **C.** $4$ **D.** $3$

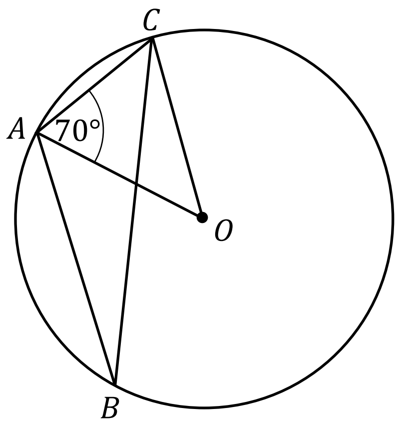
## Zadanie 12. (0–1)

Ciąg $(a_n)$, określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa $5$, a pierwszy wyraz tego ciągu jest równy $(-3)$. Wtedy iloraz $\frac{a_4}{a_2}$ jest równy

**A.** $\frac{5}{3}$ **B.** $2$ **C.** $6$ **D.** $25$

## Zadanie 13. (0–1)

Trójkąt $ABC$ jest wpisany w okrąg o środku $O$. Miara kąta $CAO$ jest równa $70°$ (zobacz rysunek). Wtedy miara kąta $ABC$ jest równa




**A.** $20°$

**B.** $25°$

**C.** $30°$

**D.** $35°$

## Zadanie 14. (0–1)

Ciągi $(a_n)$, $(b_n)$ oraz $(c_n)$ są określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ następująco:

- $a_n = 6n^2 - n^3$
- $b_n = 2n + 13$
- $c_n = 2^n$

Wskaż zdanie prawdziwe.

**A.** Ciąg $(a_n)$ jest arytmetyczny.

**B.** Ciąg $(b_n)$ jest arytmetyczny.

**C.** Ciąg $(c_n)$ jest arytmetyczny.

**D.** Wśród ciągów $(a_n)$, $(b_n)$, $(c_n)$ nie ma ciągu arytmetycznego.

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

**Zadanie 15. (0–1)**

Ciąg $(a_n)$ jest określony wzorem $a_n = (-2)^n \cdot n + 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wtedy trzeci wyraz tego ciągu jest równy

**A.** $-24$ **B.** $-17$ **C.** $-32$ **D.** $-23$

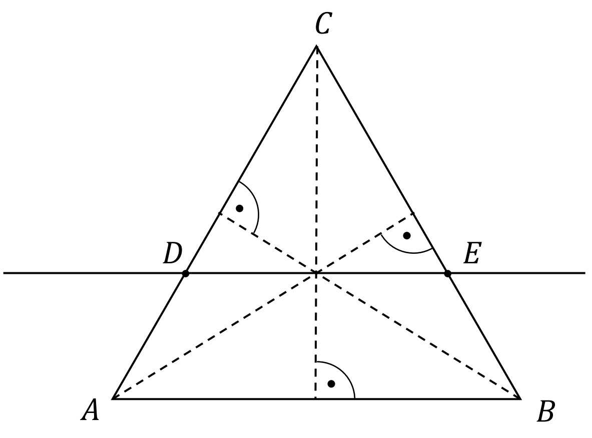
**Zadanie 16. (0–1)**

W romb o boku $2\sqrt{3}$ i kącie $60^\circ$ wpisano okrąg. Promień tego okręgu jest równy

**A.** $3$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{3}{2}$

**Zadanie 17. (0–1)**

Przez punkt przecięcia wysokości trójkąta równobocznego $ABC$ poprowadzono prostą $DE$ równoległą do podstawy $AB$ (zobacz rysunek).




Stosunek pola trójkąta $ABC$ do pola trójkąta $CDE$ jest równy

**A.** $9 : 4$ **B.** $4 : 1$ **C.** $4 : 9$ **D.** $3 : 2$

**Zadanie 18. (0–1)**

Końcami odcinka $PR$ są punkty $P = (4, 7)$ i $R = (-2, -3)$. Odległość punktu $T = (3, -1)$ od środka odcinka $PR$ jest równa

**A.** $\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{13}$ **C.** $\sqrt{17}$ **D.** $6\sqrt{2}$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

**Zadanie 19. (0–1)**

Kąt $\alpha$ jest ostry oraz $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. Wtedy

**A.** $\cos\alpha = \frac{1}{5}$ **B.** $\cos\alpha = -\frac{1}{5}$ **C.** $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

**Zadanie 20. (0–1)**

Dane są punkty $M = (6,0)$, $N = (6,8)$ oraz $O = (0,0)$. Tangens kąta ostrego $MON$ jest równy

**A.** $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{6}{10}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{8}{10}$

**Zadanie 21. (0–1)**

Proste o równaniach $y = 3ax - 2$ i $y = 2x + 3a$ są prostopadłe. Wtedy $a$ jest równe

**A.** $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $-5$

**Zadanie 22. (0–1)**

Dany jest trapez $ABCD$, w którym boki $AB$ i $CD$ są równoległe oraz $C = (3,5)$. Wierzchołki $A$ i $B$ tego trapezu leżą na prostej o równaniu $y = 5x + 3$. Wtedy bok $CD$ tego trapezu zawiera się w prostej o równaniu

**A.** $y = 3x + 5$ **B.** $y = -\frac{1}{5}x + 3$ **C.** $y = 5x - 10$ **D.** $y = -\frac{1}{5}x + \frac{28}{5}$

**Zadanie 23. (0–1)**

W trapezie równoramiennym $ABCD$ podstawy $AB$ i $CD$ mają długości równe odpowiednio $a$ i $b$ (przy czym $a > b$). Miara kąta ostrego trapezu jest równa $30°$. Wtedy wysokość tego trapezu jest równa

**A.** $\frac{a-b}{2}\cdot\sqrt{3}$ **B.** $\frac{a-b}{6}\cdot\sqrt{3}$ **C.** $\frac{a+b}{2}$ **D.** $\frac{a+b}{4}$

**Zadanie 24. (0–1)**

Przekątna sześcianu ma długość $5\sqrt{3}$. Wtedy objętość tego sześcianu jest równa

**A.** $125$ **B.** $75$ **C.** $375\sqrt{3}$ **D.** $125\sqrt{3}$

# BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

**Zadanie 25. (0–1)**

Ostrosłupy prawidłowe trójkątne $O_1$ i $O_2$ mają takie same wysokości. Długość krawędzi podstawy ostrosłupa $O_1$ jest trzy razy dłuższa od długości krawędzi podstawy ostrosłupa $O_2$. Stosunek objętości ostrosłupa $O_1$ do objętości ostrosłupa $O_2$ jest równy

**A.** $3:1$ **B.** $1:3$ **C.** $9:1$ **D.** $1:9$

**Zadanie 26. (0–1)**

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych parzystych, w których cyfra $7$ występuje dokładnie jeden raz, jest

**A.** $85$ **B.** $90$ **C.** $100$ **D.** $150$

**Zadanie 27. (0–1)**

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez $5$, jest równe

**A.** $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{5}{100}$ **C.** $\frac{5}{90}$ **D.** $\frac{18}{90}$

**Zadanie 28. (0–1)**

Liczba $x$ jest dodatnia. Mediana zestawu czterech liczb: $1+x$, $1+2x$, $4+3x$, $1$, jest równa $10$. Wtedy

**A.** $x=6$ **B.** $x=5{,}5$ **C.** $x=2{,}5$ **D.** $x=1$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

**Zadanie 29. (0–2)**
Rozwiąż nierówność:

$$3x(x+1) > x^2 + x + 24$$

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

**Zadanie 30. (0–2)**

Rozwiąż równanie:

$$\frac{6x-1}{3x-2}=3x+2$$

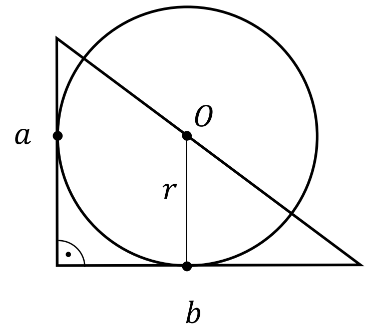
Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 29. | 30. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

## Zadanie 31. (0–2)

Dany jest trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości $a$ i $b$. Punkt $O$ leży na przeciwprostokątnej tego trójkąta i jest środkiem okręgu stycznego do przyprostokątnych tego trójkąta (zobacz rysunek).

Wykaż, że promień $r$ tego okręgu jest równy $\frac{ab}{a+b}$.



## Zadanie 32. (0–2)

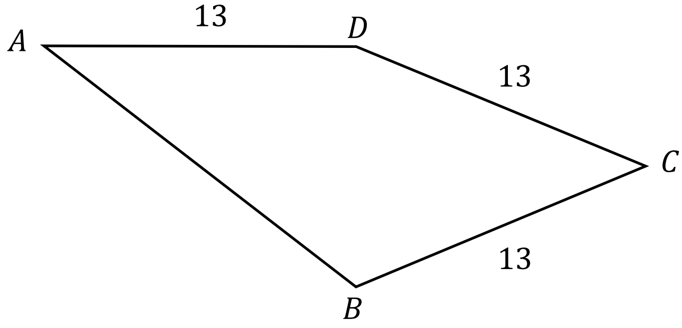
Kąt $\alpha$ jest ostry i $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{5}$. Oblicz wartość wyrażenia $2\sin\alpha\cos\alpha$.

Odpowiedź: ............................................................................................................... .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 31. | 32. |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

## Zadanie 33. (0–2)

Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|BC| = |CD| = |AD| = 13$ (zobacz rysunek). Przekątna $BD$ tego czworokąta ma długość $10$ i jest prostopadła do boku $AD$. Oblicz pole czworokąta $ABCD$.




Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

**Zadanie 34. (0–2)**

Funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 + bx + c$ nie ma miejsc zerowych. Wykaż, że $1 + c > b$.

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 33. | 34 |
|---|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 2 | 2 |
| | Uzyskana liczba pkt | | |

**Zadanie 35. (0–5)**

Rosnący ciąg arytmetyczny $(a_n)$ jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma pierwszych pięciu wyrazów tego ciągu jest równa $10$. Wyrazy $a_3, a_5, a_{13}$ tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Wyznacz wzór na $n$-ty wyraz ciągu arytmetycznego $(a_n)$.

Odpowiedź: ............................................................................................................... .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 35. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)