CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD	PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to
E-100.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny ***Formuła 2015***

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza
EMAP-P0-**100**-2306

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- [ ] dostosowania zasad oceniania
- [ ] dostosowania w zw. z dyskalkulią
- [ ] nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

DATA: **2 czerwca 2023 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **170 minut**

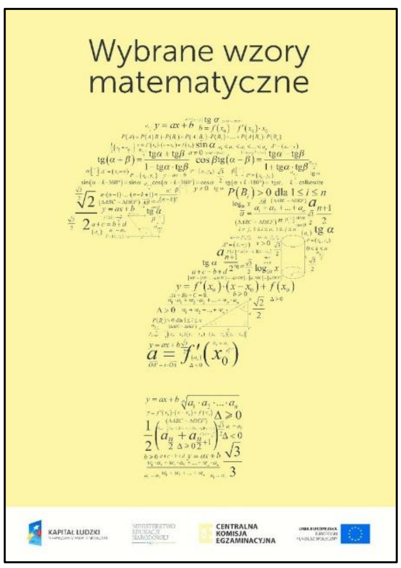
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 stron (zadania 1–36). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–29) zaznacz na karcie odpowiedzi w części przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (30–36) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Zadania egzaminacyjne są wydrukowane na następnych stronach.

W każdym z zadań od 1. do 29. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $6^{30} : 4^{15}$ jest równa

A. $(1{,}5)^{15}$ **B.** $(1{,}5)^{2}$ **C.** 3^{30} **D.** 3^{0}

Zadanie 2. (0–1)

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x iloczyn $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ jest równy

A. x **B.** $\sqrt[10]{x}$ **C.** $\sqrt[18]{x}$ **D.** x^2

Zadanie 3. (0–1)

Klient wpłacił do banku $30\,000$ zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 7% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.
Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględniania podatków) jest równa

A. 2100 zł **B.** 2247 zł **C.** 4200 zł **D.** 4347 zł

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\log_2 \frac{1}{8} + \log_2 4$ jest równa

A. (-1) **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 2 **D.** 5

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $\left(1+\sqrt{5}\right)^2 - \left(1-\sqrt{5}\right)^2$ jest równa

A. 0 **B.** (-10) **C.** $4\sqrt{5}$ **D.** $2+2\sqrt{5}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

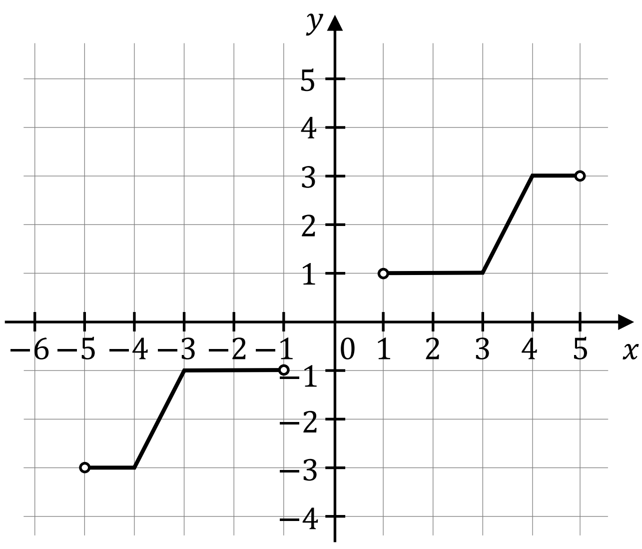
Zadanie 6. (0–1)

Do zbioru rozwiązań nierówności $(x-3)(x-2)(x+20) < 0$ należy liczba

A. (-20) **B.** (-23) **C.** 20 **D.** 23

Informacja do zadań 7.–8.

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.



Zadanie 7. (0–1)

Dziedziną funkcji f jest zbiór

A. $(-3,-1) \cup (1,3)$

B. $(-3,3)$

C. $(-5,-1) \cup (1,5)$

D. $(-5,5)$

Zadanie 8. (0–1)

Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór

A. $(-3,-1) \cup (1,3)$

B. $\langle -3,-1\rangle \cup \langle 1,3\rangle$

C. $(-5,-1) \cup (1,5)$

D. $\langle -5,-1\rangle \cup \langle 1,5\rangle$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2+4}{x-2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$.
Wartość funkcji f dla argumentu 4 jest równa

A. 6 **B.** 2 **C.** 10 **D.** 8

Zadanie 10. (0–1)

Prosta o równaniu $y = ax + b$ przechodzi przez punkty $A = (-3, -1)$ oraz $B = (4, 3)$.
Współczynnik a w równaniu tej prostej jest równy

A. (-4) **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** 2 **D.** $\frac{4}{7}$

Zadanie 11. (0–1)

Wykresy funkcji liniowych

$$f(x) = (2m + 3)x + 5 \quad \text{oraz} \quad g(x) = -x$$

nie mają punktów wspólnych dla

A. $m = -2$ **B.** $m = -1$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 2$

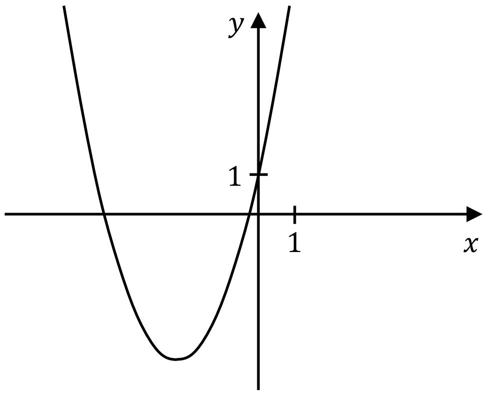
BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 12. (0–1)

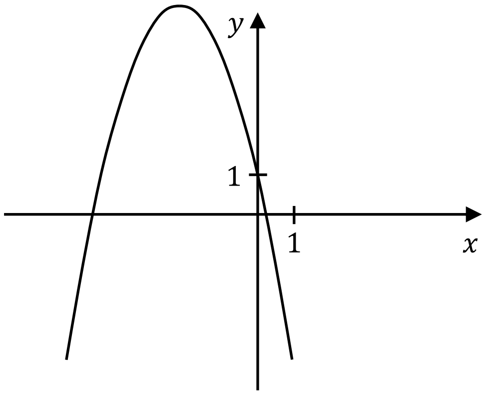
Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + 1$, gdzie a oraz b są pewnymi liczbami rzeczywistymi, takimi, że $a < 0$ i $b > 0$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono fragment wykresu tej funkcji.

Fragment wykresu funkcji f przedstawiono na rysunku

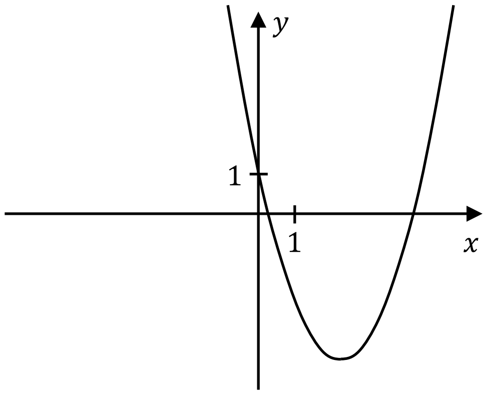
A.



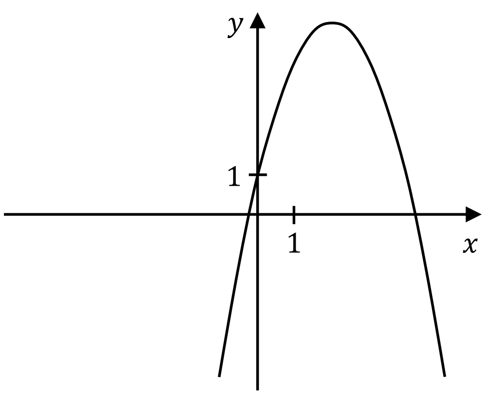
B.



C.



D.



Zadanie 13. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 10 jest równa

A. 28 **B.** 31 **C.** 32 **D.** 27

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (a_n), określony wzorem $a_n = -2^n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest

A. ciągiem arytmetycznym o różnicy 2.

B. ciągiem arytmetycznym o różnicy (-2).

C. ciągiem geometrycznym o ilorazie 2.

D. ciągiem geometrycznym o ilorazie (-2).

Zadanie 15. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $(1, 4, a + 5)$ jest arytmetyczny.
Liczba a jest równa

A. 0 **B.** 7 **C.** 2 **D.** 11

Zadanie 16. (0–1)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. W tym ciągu $a_1 = 3{,}75$ oraz $a_2 = -7{,}5$.
Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa

A. $11{,}25$ **B.** $(-18{,}75)$ **C.** 15 **D.** (-15)

Zadanie 17. (0–1)

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\cos\alpha - \cos\alpha \cdot \sin^2\alpha$ jest równe

A. $\cos^3\alpha$ **B.** $\sin^2\alpha$ **C.** $1 - \sin^2\alpha$ **D.** $\cos\alpha$

Zadanie 18. (0–1)

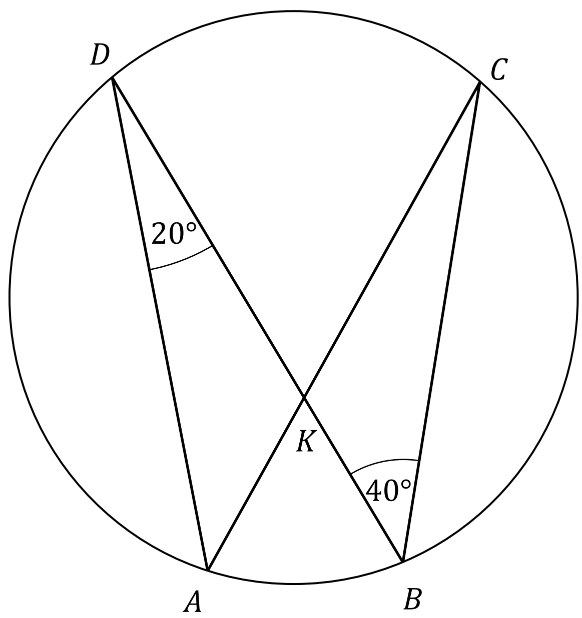
Cosinus kąta ostrego α jest równy $\frac{2}{3}$. Wtedy $\operatorname{tg}\alpha$ jest równy

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$ **C.** 2 **D.** $\frac{1}{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 19. (0–1)

Na łukach AB i CD okręgu są oparte kąty wpisane ADB i DBC, takie że $|\measuredangle ADB| = 20^\circ$ i $|\measuredangle DBC| = 40^\circ$ (zobacz rysunek). Cięciwy AC i BD przecinają się w punkcie K.

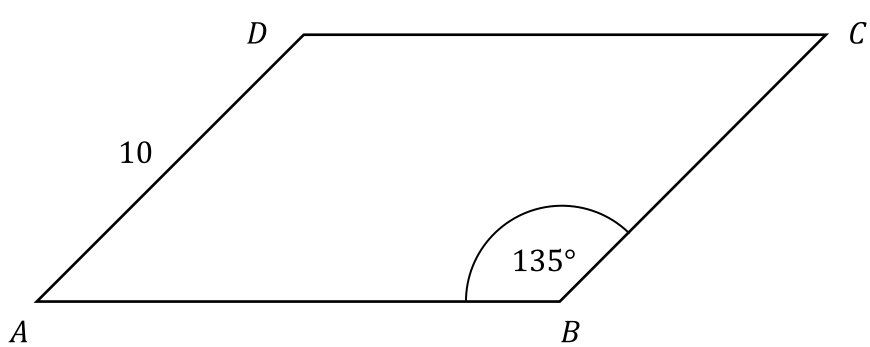


Miara kąta DKC jest równa

A. 80° **B.** 60° **C.** 50° **D.** 40°

Zadanie 20. (0–1)

Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę 135° (zobacz rysunek).



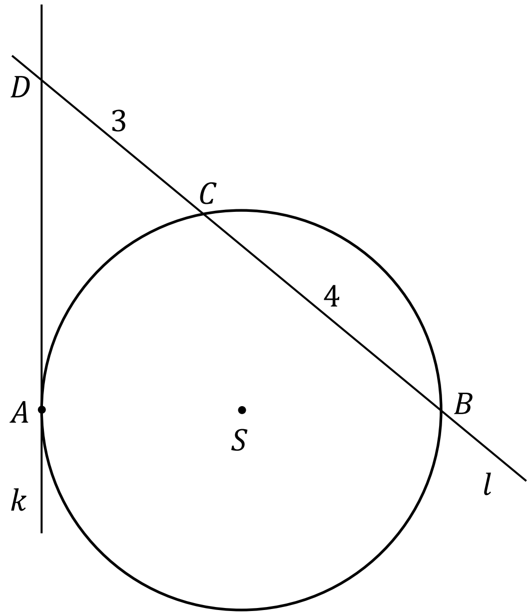
Długość boku AB jest równa

A. $8\sqrt{3}$ **B.** $8\sqrt{2}$ **C.** $16\sqrt{2}$ **D.** $16\sqrt{3}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 21. (0–1)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku S. Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A. Prosta l przecina ten okrąg w punktach B i C. Proste k i l przecinają się w punkcie D, przy czym $|BC| = 4$ i $|CD| = 3$ (zobacz rysunek).



Odległość punktu A od prostej l jest równa

A. $\frac{7}{2}$ **B.** 5 **C.** $\sqrt{12}$ **D.** $\sqrt{3}+2$

Zadanie 22. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -x + 1$. Funkcja g jest liniowa. W prostokątnym układzie współrzędnych wykres funkcji g przechodzi przez punkt $P = (0, -1)$ i jest prostopadły do wykresu funkcji f.

Wzorem funkcji g jest

A. $g(x) = x + 1$ **B.** $g(x) = -x - 1$

C. $g(x) = -x + 1$ **D.** $g(x) = x - 1$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 23. (0–1)

Dane są punkty $A = (1, 7)$ oraz $P = (3, 1)$. Punkt P dzieli odcinek AB tak, że $|AP| : |PB| = 1 : 3$.

Punkt B ma współrzędne

A. $(9, -5)$ **B.** $(9, -17)$ **C.** $(7, -11)$ **D.** $(5, -5)$

Zadanie 24. (0–1)

Punkty $A = (-1, 5)$ oraz $C = (3, -3)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Pole kwadratu $ABCD$ jest równe

A. $8\sqrt{10}$ **B.** $16\sqrt{5}$ **C.** 40 **D.** 80

Zadanie 25. (0–1)

Punkt $S' = (3, 7)$ jest obrazem punktu $S = (3a - 1, b + 7)$ w symetrii osiowej względem osi Ox układu współrzędnych, gdy

A. $a = \frac{4}{3}$ oraz $b = 0$.

B. $a = \frac{4}{3}$ oraz $b = -14$.

C. $a = -\frac{2}{3}$ oraz $b = -14$.

D. $a = -\frac{2}{3}$ oraz $b = 0$.

Zadanie 26. (0–1)

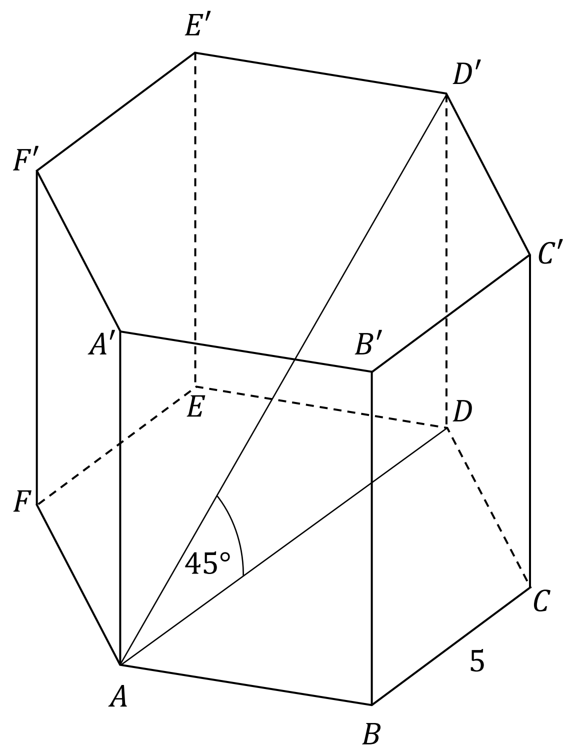
Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego o wysokości 8 jest równa $2\sqrt{3}$. Długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa jest równa

A. 3 **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$ **C.** 1 **D.** $\sqrt{3}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 27. (0–1)

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$, w którym krawędź podstawy ma długość 5. Przekątna AD' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $45°$ (zobacz rysunek).



Pole ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

A. $12{,}5$ **B.** 25 **C.** 50 **D.** 100

Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu pewnych stu liczb całkowitych dodatnich jest równa s. Każdą z liczb tego zestawu zwiększamy o 4, w wyniku czego otrzymujemy nowy zestaw stu liczb. Średnia arytmetyczna nowego zestawu stu liczb jest równa

A. $s+4$ **B.** $s+\frac{4}{100}$ **C.** $\frac{s+4}{100}$ **D.** $4s$

Zadanie 29. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych o sumie cyfr równej 3 jest

A. 8 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 30. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$x(2x-1) < 2x$$

Zadanie 31. (0–2)

Rozwiąż równanie

$$(2x^2 + 3x)(x^2 - 7) = 0$$

Zadanie 32. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej a i dla każdej liczby rzeczywistej b takiej, że $b \neq a$, prawdziwa jest nierówność

$$a^2 + 3b^2 + 4 > 2a + 6b$$

Zadanie 33. (0–2)

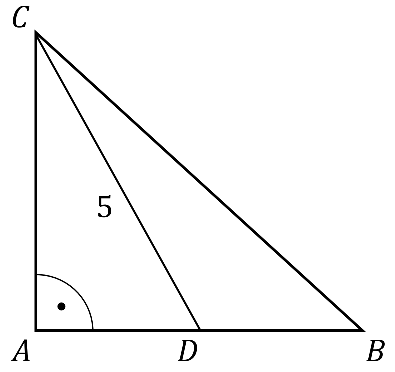
Wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola o wierzchołku w punkcie $A = (0, 3)$. Punkt $B = (2, 0)$ leży na wykresie funkcji f.

Wyznacz wzór funkcji f.

Zadanie 34. (0–2)

W trójkącie prostokątnym równoramiennym ABC o przeciwprostokątnej BC punkt D jest środkiem ramienia AB. Odcinek CD ma długość 5 (zobacz rysunek).

Oblicz obwód trójkąta ABC.



Zadanie 35. (0–2)

Ze zbioru ośmiu kolejnych liczb naturalnych – od 1 do 8 – losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednej liczbie.

Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że suma wylosowanych liczb jest dzielnikiem liczby 8.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A.

Zadanie 36. (0–5)

W trapezie równoramiennym $ABCD$ podstawa CD ma długość 5. Punkt $F = (3, 11)$ jest środkiem odcinka CD. Prosta o równaniu $y = -\frac{4}{3}x + 15$ jest osią symetrii tego trapezu oraz $B = \left(\frac{23}{2}, 8\right)$.

Oblicz współrzędne wierzchołka A oraz pole tego trapezu.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2015