CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny *Formuła 2015*

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza
EMAP-P0-100-2308

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę.

DATA: **22 sierpnia 2023 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS TRWANIA: **170 minut**

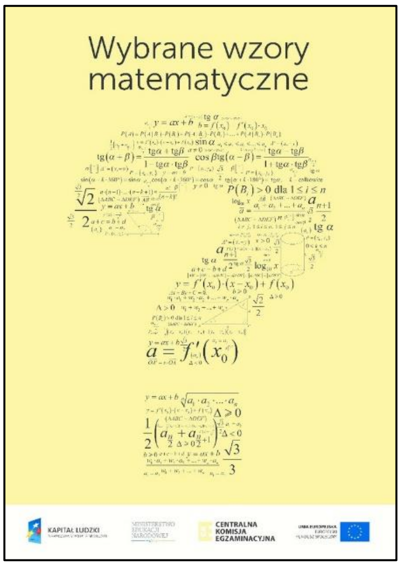
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **46**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 30 stron (zadania 1–36). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–29) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (30–36) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

W każdym z zadań od 1. do 29. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_{25} 1 - \frac{1}{2}\log_{25} 5$ jest równa

A. $\left(-\frac{1}{4}\right)$ **B.** $\left(-\frac{1}{2}\right)$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $3\sqrt{45} - \sqrt{20}$ jest równa

A. $(7 \cdot 5)^{\frac{1}{2}}$ **B.** $5^{\frac{1}{2}}$ **C.** 7 **D.** $7 \cdot 5^{\frac{1}{2}}$

Zadanie 3. (0–1)

W ramach wyprzedaży sezonowej płaszcz o początkowej wartości 240 zł przeceniono na 200 zł. Zatem cenę tego płaszcza obniżono o

A. $16\frac{2}{3}\ \%$ jego początkowej wartości.

B. $20\ \%$ jego początkowej wartości.

C. $40\ \%$ jego początkowej wartości.

D. $83\frac{1}{3}\ \%$ jego początkowej wartości.

Zadanie 4. (0–1)

Wartość wyrażenia $\frac{3^{-1}}{\left(-\frac{1}{9}\right)^{-2}} \cdot 81$ jest równa

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\left(-\frac{1}{3}\right)$ **C.** 3 **D.** (-3)

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 5. (0–1)

Wartość wyrażenia $\left(2-\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{3}-2\right)^2$ jest równa

A. $\left(-2\sqrt{3}\right)$ **B.** 0 **C.** 6 **D.** $8\sqrt{3}$

Zadanie 6. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y), punkt $(-8, 6)$ jest punktem przecięcia prostych o równaniach

A. $2x + 3y = 2$ i $-x + y = -14$.

B. $3x + 2y = -12$ i $2x + y = 10$.

C. $x + y = -2$ i $x - 2y = 4$.

D. $x - y = -14$ i $-2x + y = 22$.

Zadanie 7. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-3(x-1) \le \frac{5-3x}{3}$$

jest przedział

A. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right\rangle$ **B.** $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right\rangle$ **C.** $\left\langle\frac{2}{3}, \infty\right)$ **D.** $\left\langle-\frac{2}{3}, \infty\right)$

Zadanie 8. (0–1)

Równanie $(x^2 - 3x)(x^2 + 1) = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

A. jedno rozwiązanie.

B. dwa rozwiązania.

C. trzy rozwiązania.

D. cztery rozwiązania.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = \frac{x-k}{x^2+1}$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Ta funkcja spełnia warunek $f(1) = 2$.
Wartość współczynnika k we wzorze tej funkcji jest równa

A. (-3) **B.** 3 **C.** (-4) **D.** 4

Zadanie 10. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f jest liczba 1. Wykres tej funkcji przechodzi przez punkt $(-1, 4)$. Wzór funkcji f ma postać

A. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

B. $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

C. $f(x) = -2x + 2$

D. $f(x) = -3x + 1$

Zadanie 11. (0–1)

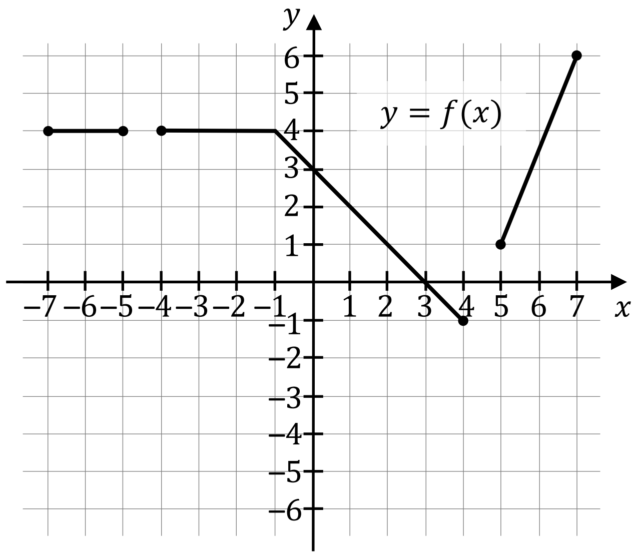
Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = (x - 13)^2 - 256$. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba (-3).
Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. (-29) **B.** (-23) **C.** 23 **D.** 29

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Informacja do zadań 12.–13.

W układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

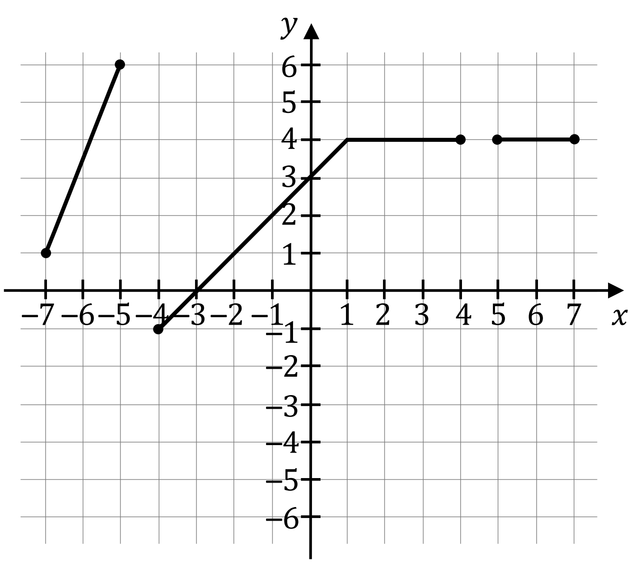
A. $\langle -5, 4 \rangle$ **B.** $\langle 5, 7 \rangle$ **C.** $\langle 1, 5 \rangle$ **D.** $\langle -1, 5 \rangle$

Zadanie 13. (0–1)

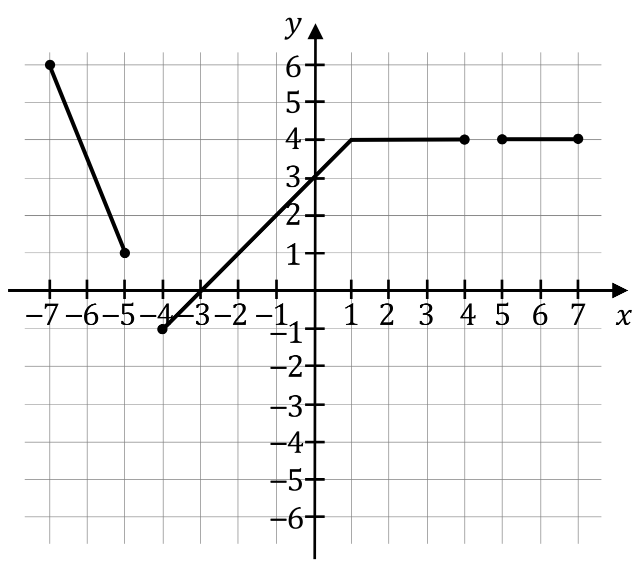
Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(-x)$ dla każdego $x \in \langle -7, -5 \rangle \cup \langle -4, 4 \rangle \cup \langle 5, 7 \rangle$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono, w układzie współrzędnych (x, y), wykres funkcji $y = g(x)$.

Wykres funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku

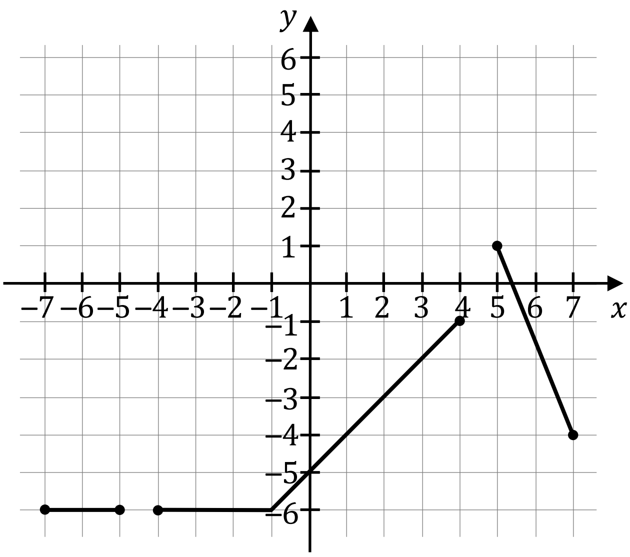
A.



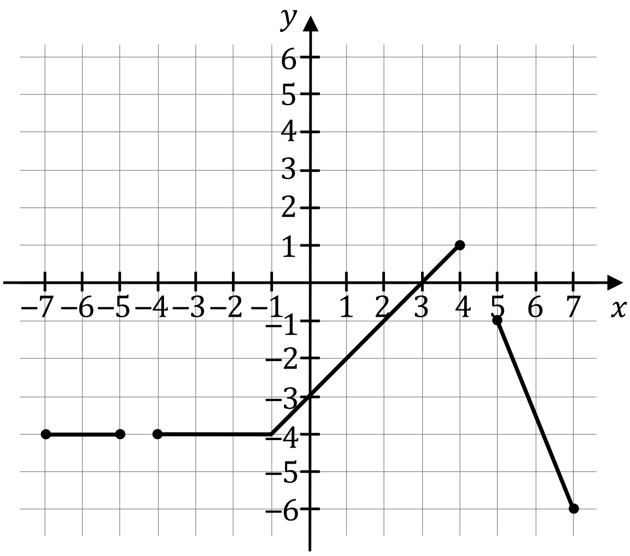
B.



C.



D.



BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 14. (0–1)

Funkcja kwadratowa f, określona wzorem $f(x) = -(x-1)(x-5)$, przyjmuje wartość

A. najmniejszą równą 3.

B. najmniejszą równą 4.

C. największą równą 3.

D. największą równą 4.

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{n+1}{2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.
Trzeci wyraz tego ciągu jest równy

A. 2 **B.** (-2) **C.** 3 **D.** (-1)

Zadanie 16. (0–1)

Czterowyrazowy ciąg $(-2,\ 1,\ x,\ y)$ jest geometryczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

A. $\left(-\frac{5}{4}\right)$ **B.** (-4) **C.** $\left(-\frac{1}{4}\right)$ **D.** $\left(-\frac{15}{4}\right)$

Zadanie 17. (0–1)

Koło ma promień równy 3. <u>Obwód</u> wycinka tego koła o kącie środkowym $30°$ jest równy

A. $\frac{3}{4}\pi$ **B.** $\frac{1}{2}\pi$ **C.** $\frac{3}{4}\pi + 6$ **D.** $\frac{1}{2}\pi + 6$

Zadanie 18. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}$. Sinus kąta α jest równy

A. $\frac{24}{49}$ **B.** $\frac{5}{7}$ **C.** $\frac{25}{49}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}}{7}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 19. (0–1)

W okręgu O kąt środkowy β oraz kąt wpisany α są oparte na tym samym łuku. Kąt β ma miarę o 40° większą od kąta α. Miara kąta β jest równa

A. 40° **B.** 80° **C.** 100° **D.** 120°

Zadanie 20. (0–1)

Pole trójkąta równobocznego o wysokości 3 jest równe

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $6\sqrt{3}$

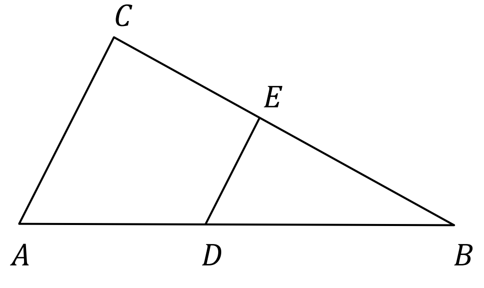
Zadanie 21. (0–1)

Każdy z kątów wewnętrznych dziesięciokąta foremnego ma miarę

A. 120° **B.** 135° **C.** 144° **D.** 150°

Zadanie 22. (0–1)

Obwód trójkąta prostokątnego ABC jest równy L. Na boku CB tego trójkąta obrano punkt E, a na boku AB obrano punkt D tak, że $DE \parallel AC$ oraz $|AD| : |DB| = 3 : 4$ (zobacz rysunek).



Obwód trójkąta BED jest równy

A. $\frac{3}{4}L$ **B.** $\frac{3}{7}L$ **C.** $\frac{4}{7}L$ **D.** $\frac{1}{4}L$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 23. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y) dane są prosta k o równaniu $y = \frac{3}{4}x - \frac{7}{4}$ oraz punkt $P = (12, -1)$.

Prosta przechodząca przez punkt P i równoległa do prostej k ma równanie

A. $y = -\frac{3}{4}x + 8$

B. $y = \frac{3}{4}x - 10$

C. $y = \frac{4}{3}x - 17$

D. $y = -\frac{4}{3}x + 15$

Zadanie 24. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y) punkt $A = (-1, -4)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Punkt $S = (2, 2)$ jest środkiem symetrii tego równoległoboku.

Długość przekątnej AC równoległoboku $ABCD$ jest równa

A. $\sqrt{5}$

B. $2\sqrt{5}$

C. $3\sqrt{5}$

D. $6\sqrt{5}$

Informacja do zadań 25.–26.

Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą 6.

Zadanie 25. (0–1)

Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe

A. $216 + 18\sqrt{3}$

B. $216 + 54\sqrt{3}$

C. $216 + 216\sqrt{3}$

D. $216 + 108\sqrt{3}$

Zadanie 26. (0–1)

Cosinus kąta nachylenia dłuższej przekątnej tego graniastosłupa do płaszczyzny podstawy graniastosłupa jest równy

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

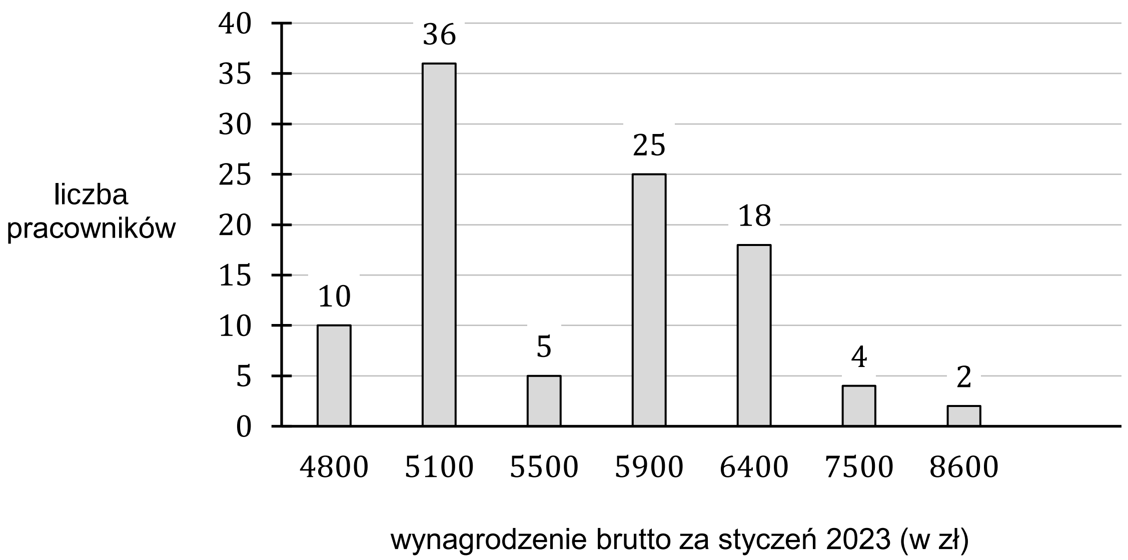
Zadanie 27. (0–1)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym stosunek pola powierzchni bocznej do pola podstawy jest równy 12. Wynika stąd, że w tym ostrosłupie stosunek wysokości ściany bocznej do krawędzi podstawy jest równy

A. 24 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

Zadanie 28. (0–1)

Na diagramie przedstawiono rozkład wynagrodzenia brutto wszystkich stu pracowników pewnej firmy za styczeń 2023 roku.



Średnia wynagrodzenia brutto wszystkich pracowników tej firmy za styczeń 2023 roku jest równa

A. $5\,690$ zł **B.** $5\,280$ zł **C.** $6\,257$ zł **D.** $5\,900$ zł

Zadanie 29. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfry się <u>nie powtarzają</u>, jest

A. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ **B.** $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ **D.** $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 30. (0–2)

Rozwiąż nierówność

$$5 - x^2 > 3x + 1$$

Zadanie 31. (0–2)

Ciąg $(3x^2 + 5x, x^2, 20 - x^2)$ jest arytmetyczny. Oblicz x.

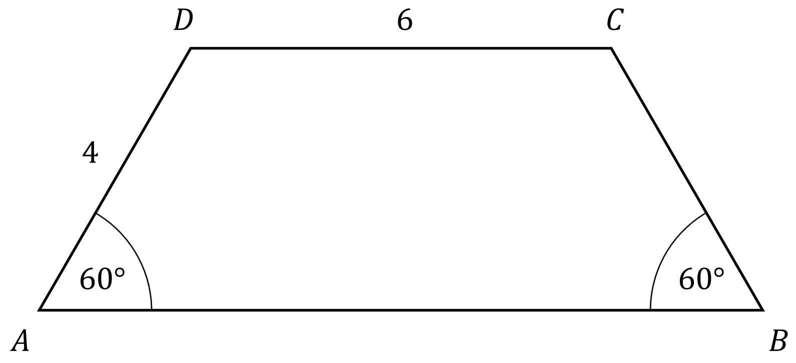
Zadanie 32. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej x i dla każdej liczby rzeczywistej dodatniej y takiej, że $x > 2y$, prawdziwa jest nierówność

$$x^2 + 3xy - 10y^2 > 0$$

Zadanie 33. (0–2)

Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym podstawa CD ma długość 6, ramię AD ma długość 4, a kąty BAD oraz ABC mają miarę $60°$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 34. (0–2)

Rozwiąż równanie

$$\frac{2x-3}{3x-2}=\frac{1}{2x}$$

Zadanie 35. (0–2)

Ze zbioru pięciu liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że obie wylosowane liczby są nieparzyste.

Zadanie 36. (0–5)

Punkty $A = \left(\frac{22}{5}, -\frac{21}{5}\right)$, $B = (6,7)$ oraz $C = (-9,2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC.
Symetralna boku AB tego trójkąta przecina bok BC w punkcie D.
Oblicz współrzędne punktu D.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Formuła 2015