CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny**
Przedmiot:	**Matematyka**
Poziom:	**Poziom podstawowy**
Formy arkusza:	EMAP-P0-100, EMAP-P0-200
Termin egzaminu:	4 czerwca 2025 r.

Uwaga:
Gdy wymaganie egzaminacyjne dotyczy treści z III etapu edukacyjnego, dopisano „G”.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania określone w podstawie programowej[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymaganie szczegółowe**
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 1.7) oblicza […] błąd względny przybliżenia.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

[1] Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz.U. z 2012 r. poz. 977, z późn. zm., tj. Dz.U. z 2014 r. poz. 803, Dz.U. z 2016 r. poz. 895).

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 2.1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$. 1.3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 1.6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 5. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x+1)(x-7)=0$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 4.3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę […]).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 8. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: 4.3) odczytuje z wykresu własności funkcji ([…] maksymalne przedziały, w których funkcja […] ma stały znak […]).

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 10. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$ […]; 4.6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.11) wyznacza […] wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 12. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 4.2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu […]; 4.15) posługuje się funkcjami wykładniczymi […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 13. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 5.1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 5.4) stosuje wzór na n-ty wyraz […] ciągu geometrycznego.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 15. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 6.1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus […] kątów o miarach od $0°$ do $180°$; 6.4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: […] $\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 16. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 6.4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 17. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: G10.21) konstruuje […] okrąg wpisany w trójkąt; G10.3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 18. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: G10.21) konstruuje okrąg opisany na trójkącie […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
D

Zadanie 19. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 7.1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 20. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: G10.11) oblicza wymiary wielokąta powiększonego lub pomniejszonego w danej skali; G10.12) oblicza stosunek pól wielokątów podobnych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 21. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 8.7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych ([…] prostej […]) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 22. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: G11.2) oblicza pole powierzchni […] ostrosłupa […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
A

Zadanie 23. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 9.3) rozpoznaje […] w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) […]; 9.6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków […].

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

Zadanie 24. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 10.2) […] stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 25. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: G9.4) wyznacza średnią arytmetyczną […] zestawu danych.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
C

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne:

1. Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.
2. Jeżeli zdający poprawnie rozwiąże zadanie i otrzyma poprawny wynik, lecz w końcowym zapisie przekształca ten wynik i popełnia przy tym błąd, to może uzyskać maksymalną liczbę punktów.
3. Jeżeli zdający popełni błędy rachunkowe, które na żadnym etapie rozwiązania nie upraszczają i nie zmieniają danego zagadnienia, lecz stosuje poprawną metodę i konsekwentnie do popełnionych błędów rachunkowych rozwiązuje zadanie, to może otrzymać co najwyżej $(n-1)$ punktów (gdzie n jest maksymalną możliwą do uzyskania liczbą punktów za dane zadanie).

Zadanie 26. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	Zdający: 3.5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i zapisanie zbioru rozwiązań nierówności:
$x \in (-2, -1)$
ALBO
– zastosowanie poprawnej metody i przedstawienie zbioru rozwiązań nierówności w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziału, np.

1 pkt – obliczenie/zapisanie pierwiastków trójmianu kwadratowego $x^2 + 3x + 2$:
$x_1 = -2$ oraz $x_2 = -1$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający, obliczając pierwiastki trójmianu $x^2 + 3x + 2$, popełni błędy (ale otrzyma dwa różne pierwiastki) i konsekwentnie do popełnionych błędów zapisze zbiór rozwiązań nierówności, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.
2. Jeżeli zdający wyznacza pierwiastki trójmianu kwadratowego, w przypadku gdy błędnie obliczony przez zdającego wyróżnik Δ jest ujemny, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

3. Jeżeli zdający rozpatruje inny niż podany w zadaniu trójmian kwadratowy, który nie wynika z błędu przekształcenia (np. $x(x+4)$), i w konsekwencji rozpatruje inną nierówność (np. $x(x+4)<0$), to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.
4. Jeżeli zdający poda zbiór rozwiązań w postaci graficznej z poprawnie zaznaczonymi końcami przedziału i jednocześnie zapisze niewłaściwy przedział jako zbiór rozwiązań (np. $x \in [-2,-1]$), to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Kryteria uwzględniające specyficzne trudności w uczeniu się matematyki

Jeśli zdający spełni kryterium za 1 punkt, a następnie zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $(-1,-2)$, to otrzymuje **2 punkty**.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Zapisujemy nierówność w postaci $x^2+3x+2<0$ i obliczamy miejsca zerowe funkcji $y=x^2+3x+2$.

Obliczamy wyróżnik trójmianu x^2+3x+2:

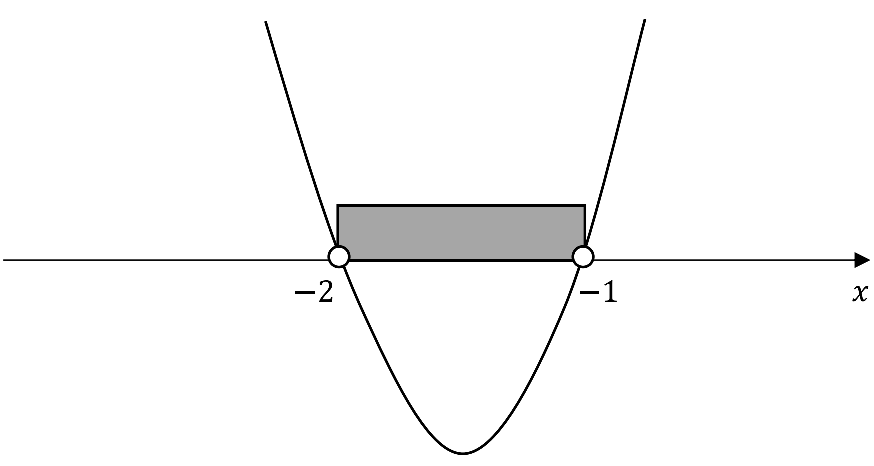
$$\Delta = 3^2 - 4\cdot 1\cdot 2 = 1$$

Stąd

$$x_1 = \frac{-3-\sqrt{1}}{2\cdot 1} = -2$$

$$x_2 = \frac{-3+\sqrt{1}}{2\cdot 1} = -1$$

Szkicujemy wykres funkcji $y=x^2+3x+2$.
Odczytujemy argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne.



Zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział $(-2,-1)$.

Zadanie 27. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
V. Rozumowanie i argumentacja.	Zdający: 2.1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

Zasady oceniania

2 pkt – przekształcenie nierówności $x^2 + y^2 > 4(x + y - 2)$ do postaci $(x-2)^2 + (y-2)^2 > 0$ **oraz** powołanie się na założenie i stwierdzenie, że $(x-2)^2$ jest liczbą dodatnią i suma $(x-2)^2 + (y-2)^2$ jest liczbą dodatnią,

ALBO

– obliczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego $x^2 - 4x + (y^2 - 4y + 8)$ zmiennej x **oraz** uzasadnienie, że jest on niedodatni, **oraz** uzasadnienie prawdziwości nierówności $x^2 + y^2 > 4(x + y - 2)$ dla $y = 2$,

ALBO

– obliczenie wyróżnika trójmianu kwadratowego $y^2 - 4y + (x^2 - 4x + 8)$ zmiennej y **oraz** uzasadnienie, że ten wyróżnik jest ujemny dla każdego $x \neq 2$,

ALBO

– przekształcenie nierówności do postaci $f(x) > g(y)$ **oraz** poprawne uzasadnienie prawdziwości nierówności $f(x) > g(y)$ dla każdego $x \neq 2$ i $y \in \mathbb{R}$ na podstawie analizy zbiorów wartości obu funkcji.

1 pkt – przekształcenie nierówności $x^2 + y^2 > 4(x + y - 2)$ do postaci $(x-2)^2 + (y-2)^2 > 0$

ALBO

– obliczenie wyróżnika Δ trójmianu kwadratowego $x^2 - 4x + (y^2 - 4y + 8)$ zmiennej x **oraz** przekształcenie tego wyróżnika do postaci $\Delta = -(2y-4)^2$ bądź $\Delta = -4(y-2)^2$ lub (zamiast przekształcenia wyróżnika) zbadanie znaku tego wyróżnika (np. obliczenie wyróżnika trójmianu $-4y^2 + 16y - 16$),

ALBO

– obliczenie wyróżnika Δ trójmianu kwadratowego $y^2 - 4y + (x^2 - 4x + 8)$ zmiennej y **oraz** przekształcenie tego wyróżnika do postaci $\Delta = -(2x-4)^2$ bądź $\Delta = -4(x-2)^2$ lub (zamiast przekształcenia wyróżnika) zbadanie znaku tego wyróżnika (np. obliczenie wyróżnika trójmianu $-4x^2 + 16x - 16$),

ALBO

– przekształcenie nierówności do postaci $f(x) > g(y)$ **oraz** zbadanie zbioru wartości jednej z funkcji: f albo g.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeśli zdający sprawdza prawdziwość nierówności tylko dla wybranych wartości x i y, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I
Przekształcamy nierówność $x^2 + y^2 > 4(x + y - 2)$ w sposób równoważny:

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 > 0$$

Zauważamy, że lewą stronę nierówności można zapisać w postaci sumy dwóch kwadratów

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 > 0$$

Z założenia wiadomo, że $x \neq 2$, więc $(x - 2)^2$ jest liczbą dodatnią. Liczba $(y - 2)^2$ jest nieujemna, zatem suma $(x - 2)^2 + (y - 2)^2$ jest liczbą dodatnią.
To należało wykazać.

Sposób II (trójmian kwadratowy zmiennej x z parametrem y)
Przekształcamy równoważnie nierówność $x^2 + y^2 > 4(x + y - 2)$ i otrzymujemy $x^2 - 4x + y^2 - 4y + 8 > 0$.
Wyrażenie $x^2 - 4x + (y^2 - 4y + 8)$ traktujemy jako trójmian kwadratowy zmiennej x.
Obliczamy wyróżnik Δ trójmianu:

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot (y^2 - 4y + 8)$$

$$\Delta = 16 - 4y^2 + 16y - 32$$

$$\Delta = -4y^2 + 16y - 16$$

$$\Delta = -4(y^2 - 4y + 4)$$

$$\Delta = -4(y - 2)^2$$

Gdy $y \neq 2$, to $\Delta < 0$ i funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - 4x + (y^2 - 4y + 8)$ zmiennej x nie ma miejsc zerowych, a ponieważ współczynnik przy drugiej potędze zmiennej jest dodatni, więc wykres funkcji f leży powyżej osi odciętych. Zatem funkcja przyjmuje tylko wartości dodatnie.

Gdy $y = 2$, to $\Delta = 0$ i funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe: $x = 2$. Ponieważ współczynnik przy drugiej potędze zmiennej jest dodatni, więc żaden fragment wykresu funkcji f nie leży poniżej osi odciętych. Zatem funkcja f przyjmuje wartości dodatnie dla każdego $x \neq 2$.

Oznacza to, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$ i dla każdej liczby rzeczywistej y nierówność $x^2 - 4x + y^2 - 4y + 8 > 0$ jest prawdziwa.
Zatem nierówność $x^2 + y^2 > 4(x + y - 2)$ również jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$ i dla każdej liczby rzeczywistej y. To należało wykazać.

Sposób III (poprzez analizę zbiorów wartości dwóch funkcji)

Przekształcamy równoważnie nierówność $x^2 + y^2 > 4(x + y - 2)$ do postaci $f(x) > g(y)$, następnie analizujemy zbiory wartości funkcji f (określonej dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$) oraz funkcji g (określonej dla każdej liczby rzeczywistej y). Takie przekształcenie równoważne nierówności można wykonać na różne sposoby, np. tak:

$$x^2 - 4x + 4 > -y^2 + 4y - 4 \quad \text{oraz} \quad x \neq 2 \text{ i } y \in \mathbb{R}$$

Otrzymaną postać nierówności przekształcamy do postaci

$$(x - 2)^2 > -(y - 2)^2 \quad \text{oraz} \quad x \neq 2 \text{ i } y \in \mathbb{R}$$

Rozważamy funkcje f i g takie, że

$$f(x) = (x - 2)^2 \quad \text{dla} \quad x \neq 2 \qquad \text{oraz} \qquad g(y) = -(y - 2)^2 \quad \text{dla} \quad y \in \mathbb{R}$$

Zbiorami wartości tych funkcji są przedziały: $ZW_f = (0, +\infty)$ oraz $ZW_g = (-\infty, 0\rangle$.
Zauważmy, że każda wartość funkcji f jest większa od każdej wartości funkcji g.
To oznacza, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$ oraz dla każdej liczby rzeczywistej y zachodzi nierówność $f(x) > g(y)$.
Zatem nierówność $x^2 + y^2 > 4(x + y - 2)$ jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$ i dla każdej liczby rzeczywistej y. To należało wykazać.

Zadanie 28. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: G7.7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: 850.

1 pkt – zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć liczby drzew posadzonych w pierwszym i drugim sadzie, np.
$x + y = 1\,410$ oraz $0{,}85y = 0{,}70 \cdot 0{,}80x$,
ALBO
– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć liczbę drzew posadzonych w pierwszym sadzie, np.
$0{,}85 \cdot (1\,410 - x) = 0{,}70 \cdot 0{,}80x$,
ALBO
– zapisanie równania z jedną niewiadomą pozwalającego obliczyć liczbę drzew posadzonych w drugim sadzie, np.
$0{,}85y = 0{,}70 \cdot 0{,}80 \cdot (1\,410 - y)$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający sprawdza warunki zadania dla wybranych par liczb x oraz y i wskaże właściwą odpowiedź, ale nie uzasadni, że jest to jedyne rozwiązanie zadania, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

2. Jeżeli zdający w rozwiązaniu używa wartości przybliżonych i otrzymuje wynik różny od 850, to może otrzymać co najwyżej **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Oznaczmy:

x – liczba drzew posadzonych w pierwszym sadzie,

y – liczba drzew posadzonych w drugim sadzie.

Po uwzględnieniu warunków zadania otrzymujemy:

$$x + y = 1410 \quad \text{oraz} \quad 0{,}85y = 0{,}70 \cdot 0{,}80x$$

Z pierwszego z tych równań wyznaczamy $y = 1410 - x$ i podstawiamy w miejsce y do drugiego z równań, dzięki czemu otrzymujemy

$$0{,}85 \cdot (1410 - x) = 0{,}70 \cdot 0{,}80x$$

$$1198{,}5 - 0{,}85x = 0{,}56x$$

$$1{,}41x = 1198{,}5$$

$$x = 850$$

W maju 2024 roku w pierwszym sadzie posadzono 850 drzew.

Zadanie 29. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 5.3) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $a_1 = 9$.

1 pkt – zapisanie równania z jedną niewiadomą a_1, np. $\frac{a_1 + 17a_1}{2} \cdot 25 = 2025$

ALBO

– zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć a_1, np.:

$\frac{a_1 + a_{25}}{2} \cdot 25 = 2025$ oraz $a_{25} = 17a_1$,

$\frac{2a_1 + 24r}{2} \cdot 25 = 2025$ oraz $17a_1 = a_1 + 24r$,

$\frac{2a_1 + 24r}{2} \cdot 25 = 2025$ oraz $a_{25} = 17a_1$ oraz $a_{25} = a_1 + 24r$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

1. Jeżeli zdający myli ciąg arytmetyczny z geometrycznym, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie, o ile nie nabył prawa do innej liczby punktów.

2. Jeżeli zdający błędnie interpretuje liczbę 2025 jako dwudziesty piąty wyraz ciągu, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

3. Jeżeli zdający zapisze tylko $a_1 = 9$, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

4. Jeżeli zdający zapisze wszystkie wyrazy ciągu (a_n), to otrzymuje **2 punkty** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Oznaczmy pierwszy wyraz rozważanego ciągu przez a_1, natomiast ostatni wyraz – przez a_{25}.
Ostatni wyraz rozważanego ciągu jest 17 razy większy od pierwszego wyrazu tego ciągu, więc

$$a_{25} = 17a_1$$

Korzystamy ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i otrzymujemy:

$$\frac{a_1 + a_{25}}{2} \cdot 25 = 2025$$

$$\frac{a_1 + 17a_1}{2} \cdot 25 = 2025$$

$$225a_1 = 2025$$

$$a_1 = 9$$

Sposób II

Oznaczmy:

a_1 – pierwszy wyraz rozważanego ciągu,

r – różnica rozważanego ciągu,

a_{25}– ostatni wyraz rozważanego ciągu.

Korzystamy ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i otrzymujemy:

$$\frac{2a_1 + 24r}{2} \cdot 25 = 2025$$

stąd

$$a_1 + 12r = 81$$

Ostatni wyraz rozważanego ciągu jest 17 razy większy od pierwszego wyrazu tego ciągu, więc

$$a_{25} = 17a_1$$

stąd

$$a_1 + 24r = 17a_1$$

$$12r = 8a_1$$

Z uzyskanych równań obliczamy a_1:

$$a_1 + 12r = 81$$

$$a_1 + 8a_1 = 81$$

$$9a_1 = 81$$

$$a_1 = 9$$

Zadanie 30. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	Zdający: G9.4) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawne wyniki: $\overline{x} = 3$ oraz $Me = 3{,}5$.

1 pkt – obliczenie średniej arytmetycznej liczby otrzymanych punktów: $\overline{x} = 3$

ALBO

– obliczenie mediany liczby otrzymanych punktów: $Me = 3{,}5$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Obliczamy średnią arytmetyczną liczby otrzymanych punktów:

$$\overline{x} = \frac{4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 11 \cdot 4 + 5 \cdot 5}{32} = \frac{96}{32} = 3$$

Medianą ciągu 32 liczb uporządkowanych niemalejąco jest średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów tego ciągu (tzn. średnia arytmetyczna wyrazów szesnastego i siedemnastego). Zatem

$$Me = \frac{3 + 4}{2} = 3{,}5$$

Zadanie 31. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Modelowanie matematyczne.	Zdający: 10.3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

Zasady oceniania

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $P(A)=\frac{17}{24}$.

1 pkt – wypisanie wszystkich zdarzeń elementarnych *LUB* obliczenie/podanie liczby tych zdarzeń: $|\Omega|=6\cdot 4$, *LUB* sporządzenie tabeli o 24 polach odpowiadających zdarzeniom elementarnym, *LUB* sporządzenie pełnego drzewa stochastycznego

ALBO

– wypisanie (lub zaznaczenie w tabeli) wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A i niewypisanie żadnego niewłaściwego,

ALBO

– podanie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $|A|=17$, o ile nie zostały zliczone błędne pary,

ALBO

– sporządzenie fragmentu drzewa stochastycznego, który zawiera wszystkie gałęzie sprzyjające zdarzeniu A, **oraz** zapisanie prawdopodobieństwa na co najmniej jednym odcinku każdego z etapów doświadczenia,

ALBO

– podanie prawdopodobieństwa jednoelementowego zdarzenia (elementarnego): $\frac{1}{24}$,

ALBO

– zapisanie tylko $P(A)=\frac{17}{24}$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:

Jeżeli zdający zapisuje tylko liczby 17 lub 24 i z rozwiązania nie wynika znaczenie tych liczb, to otrzymuje **0 punktów** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I

Zdarzeniami elementarnymi są wszystkie uporządkowane pary liczb (x, y), gdzie $x \in \{-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$ oraz $y \in \{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$.

Liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych obliczamy z wykorzystaniem reguły mnożenia.

Moc zbioru Ω jest równa $6 \cdot 4 = 24$.

Zdarzeniu A sprzyjają następujące zdarzenia elementarne:

$(-3,-2)$, $(-3,-1)$, $(-3,0)$, $(-2,-2)$, $(-2,-1)$, $(-2,0)$, $(-1,-2)$, $(-1,-1)$, $(-1,0)$, $(0,-2)$, $(0,-1)$, $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$, $(1,1)$, $(2,0)$, $(2,1)$,

więc moc zbioru A jest równa 17.

Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{17}{24}$.

Sposób II

W tabeli literą $\mathcal{A}$ zaznaczamy zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A.

X \ Y	-2	-1	0	1
-3	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	
-2	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	
-1	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	
0	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$
1			$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$
2			$\mathcal{A}$	$\mathcal{A}$

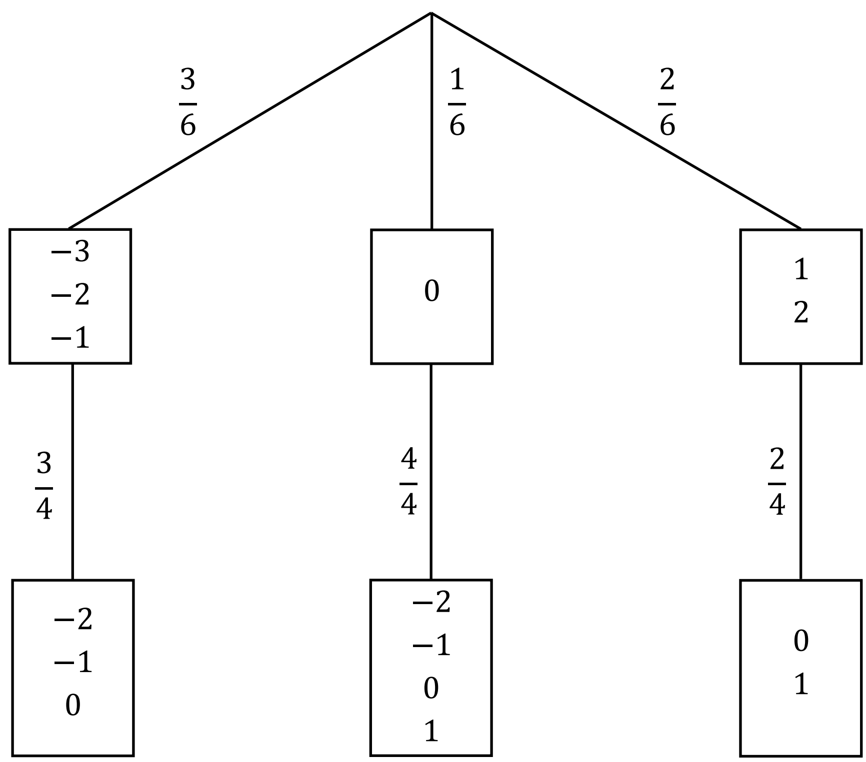
Moc zbioru Ω jest równa 24.

Zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A jest 17.

Zatem prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe $\frac{17}{24}$.

Sposób III

Rysujemy fragment drzewa stochastycznego rozważanego doświadczenia, z uwzględnieniem wszystkich istotnych gałęzi.



Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe:

$$P(A) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{4} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{4} = \frac{17}{24}$$

Zadanie 32. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 4.9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie.

Zasady oceniania

4 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawne wyniki: $f(x) = 3(x+1)^2 - 12$ oraz $ZW_f = \langle -12, +\infty)$.

3 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci kanonicznej: $f(x) = 3(x+1)^2 - 12$

ALBO

– obliczenie współczynnika q: $q = -12$ **oraz** zapisanie zbioru wartości funkcji f: $ZW_f = \langle -12, +\infty)$.

2 pkt – obliczenie współczynnika a: $a = 3$
ALBO
– obliczenie współczynnika q: $q = -12$.

1 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x+1)^2 + q$
ALBO
– zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x-1)(x+3)$,
ALBO
– zapisanie układu trzech niezależnych równań z trzema niewiadomymi a, b, c prowadzącego do obliczenia wartości współczynników a, b oraz c, np.
$4a + 2b + c = 15$ oraz $\frac{-b}{2a} = -1$ oraz $a + b + c = 0$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

<u>Sposób I</u>
Wykres funkcji f jest symetryczny względem prostej o równaniu $x = -1$, zatem drugie miejsce zerowe funkcji f jest równe $x_2 = -3$.

Korzystamy ze wzoru na postać iloczynową funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = a(x-1)(x+3), \text{ gdzie } a \neq 0$$

Punkt $(2, 15)$ leży na wykresie funkcji f, zatem dla argumentu 2 funkcja f przyjmuje wartość 15. Stąd otrzymujemy:

$$f(2) = 15$$

$$a(2-1)(2+3) = 15$$

$$5a = 15$$

$$a = 3$$

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci iloczynowej:

$$f(x) = 3(x-1)(x+3)$$

Przekształcamy wzór funkcji f do postaci kanonicznej:

$$f(x) = 3(x-1)(x+3) = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x^2 + 2x + 1 - 4) =$$

$$= 3[(x+1)^2 - 4] = 3(x+1)^2 - 12$$

Wyrażenie $(x+1)^2$ jest liczbą nieujemną dla każdej liczby rzeczywistej x. Stąd wyrażenie $3(x+1)^2 - 12$ przyjmuje wartości nie mniejsze niż (-12), więc zbiorem wartości funkcji f jest przedział $\langle -12, +\infty)$.

Uwaga.
Postać kanoniczną funkcji f możemy też uzyskać, obliczając współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem tej funkcji. Ponieważ osią symetrii tej paraboli jest prosta o równaniu $x = -1$, więc pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli jest równa $p = -1$.
Druga współrzędna wierzchołka paraboli jest równa

$$q = f(-1) = 3(-1-1)(-1+3) = -12$$

Stąd otrzymujemy postać kanoniczną funkcji f: $f(x) = 3(x+1)^2 - 12$.

<u>Sposób II</u>
Ponieważ osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x = -1$, więc pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli, która jest wykresem tej funkcji, jest $p = -1$.

Korzystamy ze wzoru na postać kanoniczną funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = a(x+1)^2 + q, \text{ gdzie } a \neq 0$$

Miejscem zerowym funkcji f jest liczba 1, zatem punkt $(1, 0)$ leży na wykresie tej funkcji. Stąd i z tego, że wykres funkcji f przechodzi przez punkt $(2, 15)$, otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(1+1)^2 + q = 0 \\ a(2+1)^2 + q = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a + q = 0 \\ 9a + q = 15 \end{cases}$$

Odejmujemy równania stronami i otrzymujemy:

$$-5a = -15$$

$$a = 3$$

Stąd:

$$q = -4a = -12$$

Zatem $f(x) = 3(x+1)^2 - 12$.

Ponieważ $q = -12$ oraz współczynnik a jest liczbą dodatnią, więc zbiorem wartości funkcji f jest przedział $\langle -12, +\infty)$.

<u>Sposób III</u>
Korzystamy ze wzoru na postać ogólną funkcji kwadratowej i zapisujemy:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ gdzie } a \neq 0$$

Ponieważ osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu $x = -1$, więc pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli, która jest wykresem tej funkcji, jest $p = -1$.
Stąd:

$$\frac{-b}{2a} = -1$$

$$b = 2a$$

Miejscem zerowym funkcji f jest liczba 1, zatem:

$$f(1) = 0$$

$$a + b + c = 0$$

Podstawiamy do równania w miejsce b wyrażenie $2a$ i otrzymujemy:

$$a + 2a + c = 0$$

$$c = -3a$$

Punkt $(2, 15)$ leży na wykresie funkcji f, zatem dla argumentu 2 funkcja f przyjmuje wartość 15. Stąd otrzymujemy:

$$f(2) = 15$$

$$4a + 2b + c = 15$$

Podstawiamy do równania w miejsce b wyrażenie $2a$ oraz w miejsce c wyrażenie $(-3a)$ i otrzymujemy:

$$4a + 2 \cdot (2a) - 3a = 15$$

$$5a = 15$$

$$a = 3$$

Zatem:

$$b = 2a = 6 \text{ oraz } c = -3a = -9$$

Zapisujemy wzór funkcji f w postaci ogólnej:

$$f(x) = 3x^2 + 6x - 9$$

Przekształcamy wzór funkcji f do postaci kanonicznej:

$$f(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x^2 + 2x + 1 - 4) =$$

$$= 3[(x + 1)^2 - 4] = 3(x + 1)^2 - 12$$

Wyrażenie $(x + 1)^2$ jest liczbą nieujemną dla każdej liczby rzeczywistej x. Stąd wyrażenie $3(x + 1)^2 - 12$ przyjmuje wartości nie mniejsze niż (-12), więc zbiorem wartości funkcji f jest przedział $\langle -12, +\infty)$.

Zadanie 33. (0–4)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: G11.2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego […].

Zasady oceniania

4 pkt – zastosowanie poprawnej metody i poprawny wynik: $V = 27$.

3 pkt – obliczenie długości (lub kwadratu długości) jednej z krawędzi prostopadłościanu, np.
$a = \frac{3}{4}$ (lub $a^2 = \frac{9}{16}$).

2 pkt – zapisanie równania z jedną niewiadomą a, np.
$94{,}5 = 2 \cdot (a \cdot 4a + a \cdot 16a + 4a \cdot 16a)$
ALBO
– zapisanie objętości prostopadłościanu w zależności od jednej zmiennej, np. $V = 64a^3$.

1 pkt – zapisanie długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka w zależności od jednej zmiennej, np. a, $4a$, $16a$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwagi:

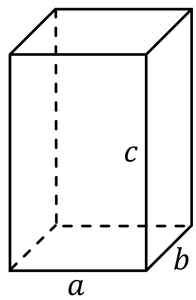
1. Jeżeli zdający myli ciąg geometryczny z arytmetycznym (przyjmuje, że długości krawędzi prostopadłościanu są równe a, $a+4$, $a+8$), to może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie (za – konsekwentnie do popełnionego błędu – obliczenie długości jednej z krawędzi prostopadłościanu i za obliczenie objętości prostopadłościanu).

2. Jeżeli zdający rozwiązuje równanie $94{,}5 = a \cdot 4a + a \cdot 16a + 4a \cdot 16a$ (tzn. pomija czynnik 2 we wzorze na pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu), to może otrzymać co najwyżej **2 punkty** za całe rozwiązanie (za zapisanie długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z jednego wierzchołka w zależności od jednej zmiennej oraz za – konsekwentnie do popełnionego błędu – obliczenie objętości prostopadłościanu).

3. Jeżeli zdający odgadnie długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z tego samego wierzchołka: $\frac{3}{4}$, 3, 12, oraz sprawdzi rachunkiem, że spełniają one warunki zadania, a następnie obliczy objętość ostrosłupa $V = 27$, to otrzymuje **1 punkt** za całe rozwiązanie.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przyjmijmy oznaczenia jak na rysunku, przy czym niech $a < b < c$.



Z warunków zadania otrzymujemy: $b = 4a$, $c = 16a$. Stąd i z tego, że pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe $94{,}5$, otrzymujemy równanie:

$$2 \cdot (a \cdot 4a + a \cdot 16a + 4a \cdot 16a) = 94{,}5$$

$$2 \cdot (4a^2 + 16a^2 + 64a^2) = 94{,}5$$

$$168a^2 = 94{,}5$$

$$a^2 = 0{,}5625$$

$$a = 0{,}75 = \frac{3}{4}$$

Obliczamy objętość prostopadłościanu:

$$V = abc = a \cdot 4a \cdot 16a = 64a^3 = 64 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 64 \cdot \frac{27}{64} = 27$$

Zadanie 34. (0–5)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Użycie i tworzenie strategii.	Zdający: 8.1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); 8.3) wyznacza równanie prostej, która jest […] prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; 8.6) oblicza odległość dwóch punktów.

Zasady oceniania

Część I (Obliczenie pola kwadratu $ABCD$)

2 pkt – zastosowanie poprawnej metody i obliczenie pola kwadratu $ABCD$: $P = \frac{45}{2}$.

1 pkt – obliczenie długości przekątnej AC (lub kwadratu tej długości): $|AC| = \sqrt{45}$ (lub $|AC|^2 = 45$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Część II (Wyznaczenie współczynników a oraz b w równaniu prostej k)

3 pkt – zastosowanie poprawnej metody i wyznaczenie współczynników a oraz b w równaniu prostej k: $a = -2,\ b = \frac{17}{2}$.

2 pkt – wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej k: $a = -2$,
ALBO
– zapisanie współrzędnych środka S odcinka AC: $S = \left(3, \frac{5}{2}\right)$ **oraz** wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej AC: $a_{AC} = \frac{1}{2}$,
ALBO
– zapisanie równania prostej k w postaci ogólnej: $4x + 2y - 17 = 0$,
ALBO
– zapisanie równości: $6(x-3) + 3\left(y - \frac{5}{2}\right) = 0$ (dla *sposobu II*),
ALBO
– zapisanie równości: $x^2 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 8y + 16$ (dla *sposobu III*).

1 pkt – zapisanie współrzędnych środka S odcinka AC: $S = \left(3, \frac{5}{2}\right)$,
ALBO
– wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej AC: $a_{AC} = \frac{1}{2}$,
ALBO
– zapisanie równania prostej AC w postaci ogólnej: $x - 2y + 2 = 0$,
ALBO
– obliczenie współrzędnych wektora $\overrightarrow{AC}$: $\overrightarrow{AC} = [6, 3]$ (dla *sposobu II*),
ALBO
– zapisanie równości: $\sqrt{(x-0)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-6)^2 + (y-4)^2}$ (dla *sposobu III*).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga:
Jeżeli jedynym błędem zdającego jest:
a) zastosowanie niepoprawnego wzoru na współczynnik kierunkowy prostej,
b) zastosowanie niepoprawnego związku między współczynnikami kierunkowymi prostych prostopadłych,

i rozwiązanie zostanie doprowadzone konsekwentnie do końca, to zdający może otrzymać **1 punkt** za tę część rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób I
Przekątna AC ma długość:

$$|AC| = \sqrt{(6-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

Zatem pole kwadratu $ABCD$ jest równe:

$$P_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{45}\right)^2 = \frac{45}{2}$$

Środek odcinka AC ma współrzędne $S = \left(\frac{0+6}{2}, \frac{1+4}{2}\right) = \left(3, \frac{5}{2}\right)$

Wyznaczamy współczynnik kierunkowy prostej AC:

$$a_{AC} = \frac{4-1}{6-0} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Prosta k jest prostopadła do prostej AC, zatem współczynnik kierunkowy prostej k jest równy (-2). Ponadto punkt $S = \left(3, \frac{5}{2}\right)$ leży na prostej k. Stąd otrzymujemy równanie kierunkowe prostej k:

$$y = -2(x-3) + \frac{5}{2}$$

$$y = -2x + \frac{17}{2}$$

Zatem współczynniki a oraz b w równaniu prostej k są równe: $a = -2,\ b = \frac{17}{2}$.

Sposób II
Przekątna AC ma długość:

$$|AC| = \sqrt{(6-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

Zatem pole kwadratu $ABCD$ jest równe:

$$P_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{45}\right)^2 = \frac{45}{2}$$

Środek odcinka AC ma współrzędne $S = \left(\frac{0+6}{2}, \frac{1+4}{2}\right) = \left(3, \frac{5}{2}\right)$

Obliczamy współrzędne wektora $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AC} = [6-0, 4-1] = [6, 3]$$

Prosta k jest prostopadła do wektora $\overrightarrow{AC}$ i przechodzi przez punkt $S = \left(3, \frac{5}{2}\right)$, więc jej równanie ma postać:

$$6(x-3) + 3\left(y - \frac{5}{2}\right) = 0$$

$$6x - 18 + 3y - \frac{15}{2} = 0$$

$$3y = -6x + \frac{51}{2}$$

$$y = -2x + \frac{17}{2}$$

Zatem współczynniki a oraz b w równaniu prostej k są równe: $a = -2,\ b = \frac{17}{2}$.

Sposób III

Przekątna AC ma długość:

$$|AC| = \sqrt{(6-0)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$$

Zatem pole kwadratu $ABCD$ jest równe:

$$P_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{45}\right)^2 = \frac{45}{2}$$

Prosta k jest symetralną odcinka AC, więc punkt o współrzędnych $P = (x, y)$ leży na prostej k tylko wtedy, gdy $|AP| = |BP|$. Stąd i ze wzoru na odległość między dwoma punktami otrzymujemy równanie:

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-6)^2 + (y-4)^2}$$

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 = (x-6)^2 + (y-4)^2$$

$$x^2 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 12x + 36 + y^2 - 8y + 16$$

$$6y = -12x + 51$$

$$y = -2x + \frac{17}{2}$$

Zatem współczynniki a oraz b w równaniu prostej k są równe: $a = -2,\ b = \frac{17}{2}$.

Ocena prac osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Obowiązują **Zasady oceniania** stosowane przy sprawdzaniu prac zdających bez stwierdzonej dyskalkulii z dodatkowym uwzględnieniem:

a) **ogólnych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią (punkty 1.–12.);

b) dodatkowych **szczegółowych zasad oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią – egzamin maturalny z matematyki, poziom podstawowy, termin dodatkowy 2025.

I. **Ogólne zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

1. Nie należy traktować jako błędy merytoryczne pomyłek, wynikających z:
   - błędnego przepisania
   - przestawienia cyfr
   - zapisania innej cyfry, ale o podobnym wyglądzie
   - przestawienia położenia przecinka
   - przestawienia położenia znaku liczby.
2. W przypadku błędów, wynikających ze zmiany znaku liczby, należy w każdym zadaniu oddzielnie przeanalizować, czy zdający opanował inne umiejętności, poza umiejętnościami rachunkowymi, oceniane w zadaniu. W przypadku opanowania badanych umiejętności zdający powinien otrzymać przynajmniej 1 punkt.
3. We wszystkich zadaniach otwartych, w których wskazano poprawną metodę rozwiązania, części lub całości zadania, zdającemu należy przyznać przynajmniej 1 punkt, zgodnie z kryteriami do poszczególnych zadań.
4. Jeśli zdający przedstawia nieprecyzyjne zapisy, na przykład pomija nawiasy lub zapisuje nawiasy w niewłaściwych miejscach, ale przeprowadza poprawne rozumowanie lub stosuje właściwą strategię, to może otrzymać przynajmniej 1 punkt za rozwiązanie zadania.
5. W przypadku zadania wymagającego wyznaczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi poprawną metodę wyznaczania pierwiastków trójmianu kwadratowego, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.
6. W przypadku zadania wymagającego rozwiązania nierówności kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli stosuje poprawny algorytm rozwiązywania nierówności kwadratowej, przy podanych w treści zadania wartościach liczbowych.
7. W przypadku zadania wymagającego stosowania własności funkcji kwadratowej zdający może otrzymać 1 punkt za wykorzystanie konkretnych własności funkcji kwadratowej, istotnych przy poszukiwaniu rozwiązania.
8. W przypadku zadania wymagającego zastosowania własności ciągów arytmetycznych lub geometrycznych zdający może otrzymać 1 punkt, jeżeli przedstawi wykorzystanie takiej własności ciągu, która umożliwia znalezienie rozwiązania zadania.

9. W przypadku zadania wymagającego analizowania figur geometrycznych na płaszczyźnie kartezjańskiej zdający może otrzymać punkty, jeżeli przy poszukiwaniu rozwiązania przedstawi poprawne rozumowanie, wykorzystujące własności figur geometrycznych lub zapisze zależności, pozwalające rozwiązać zadanie.
10. W przypadku zadania z rachunku prawdopodobieństwa zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeśli przy wyznaczaniu liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających rozważanemu zdarzeniu przyjmuje określoną regularność lub podaje prawidłową metodę wyznaczenia tej liczby zdarzeń elementarnych.
11. W przypadku zadania z geometrii zdający może otrzymać przynajmniej 1 punkt, jeżeli podaje poprawną metodę wyznaczenia długości odcinka potrzebnej do znalezienia rozwiązania.
12. W przypadku zadania wymagającego przeprowadzenia dowodu (z zakresu algebry lub geometrii), jeśli w przedstawionym rozwiązaniu zdający powoła się na własność, która wyznacza istotny postęp, prowadzący do przeprowadzenia dowodu, to może otrzymać 1 punkt.

II. Dodatkowe **szczegółowe zasady oceniania** zadań otwartych w przypadku arkuszy osób ze stwierdzoną dyskalkulią

Zadanie 26.

1 pkt – zastosowanie poprawnej metody obliczenia pierwiastków trójmianu kwadratowego $x^2 + 3x + 2$, tzn. zastosowanie wzorów na pierwiastki trójmianu kwadratowego i obliczenie tych pierwiastków

ALBO

– konsekwentne (do otrzymanego w wyniku popełnienia błędów o charakterze dyskalkulicznym ujemnego wyróżnika) narysowanie paraboli,

ALBO

– poprawne rozwiązanie nierówności $x(x+4) < 0$ (tzn. stosuje się punkt 6. ogólnych zasad oceniania),

ALBO

– konsekwentne (do wyznaczonych przez siebie pierwiastków oraz rozpatrywanego trójmianu i nierówności) wyznaczenie zbioru rozwiązań nierówności.

Uwagi:
1. Jeżeli zdający, rozwiązując nierówność, pomyli porządek liczb na osi liczbowej i zapisze zbiór rozwiązań nierówności w postaci $(-1, -2)$, to może otrzymać **2 punkty** za całe rozwiązanie.
2. Nie stosuje się uwag 2. i 3. z zasad oceniania arkusza standardowego.
3. Akceptowane jest zapisanie pierwiastków trójmianu w postaci $a + b\sqrt{c}$, gdzie a, b, c są liczbami wymiernymi.

Zadanie 27.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 28.

1 pkt – zapisanie równania $85\% \cdot y = 70\% \cdot 80\% \cdot x$.

Zadanie 29.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 30.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.

Zadanie 31.

1 pkt – zapisanie jedynie liczby 24 (należy traktować to jako wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych).

Uwagi:
1. W ocenie rozwiązania tego zadania (dla zdających z dyskalkulią) nie stosuje się uwagi ze standardowych zasad oceniania.
2. Jeżeli zdający poprawnie wypisze/zaznaczy wszystkie zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniu A, lecz popełni błąd w ich zliczeniu (np. $|A| = 16$) i konsekwentnie zapisze wynik (np. $\frac{16}{24}$), to otrzymuje **2 punkty**

Zadanie 32.

1 pkt – zapisanie wzoru funkcji f w postaci $f(x) = a(x-p)^2 + q$ **oraz** zapisanie $p = -1$
ALBO
– wyznaczenie drugiego miejsca zerowego funkcji f: $x_2 = -3$.

Zadanie 33.

3 pkt – zapisanie równania z jedną niewiadomą a, np.
$94{,}5 = 2 \cdot (a \cdot 4a + a \cdot 16a + 4a \cdot 16a)$ **oraz**
zapisanie objętości prostopadłościanu w postaci $V = 64a^3$.

Zadanie 34.

Stosuje się zasady oceniania arkusza standardowego.